全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品高考 第二轮专题

北京专版

数学 作业手册

主编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

限时集训（一） 微专题 1 函数的图象与性质 …… 091

提能特训（一） 几类常考函数的综合问题 …… 093

限时集训（二） 微专题 2 导数的基本应用 …… 095

限时集训（三） 微专题 3 导数与零点 …… 097

提能特训（二） 隐零点问题 …… 099

限时集训（四） 微专题 4 导数中的恒成立、存在性问题 …… 100

限时集训（五） 微专题 5 构造函数证明不等式 …… 102

限时集训（六） 微专题 6 三角函数的图象与性质、三角恒等变换 …… 104

限时集训（七） 微专题 7 解三角形 …… 107

提能特训（三） 解多三角形问题 …… 110

限时集训（八） 微专题 8 平面向量 …… 112

限时集训（九） 微专题 9 等差数列、等比数列 …… 114

限时集训（十） 微专题 10 数列综合问题 …… 116

限时集训（十一） 微专题 11 数列创新问题 …… 118

限时集训（十二） 微专题 12 空间几何体 …… 120

限时集训（十三） 微专题 13 立体几何综合 …… 123

限时集训（十四） 微专题 14 直线与圆 …… 126

限时集训（十五） 微专题 15 圆锥曲线的标准方程与几何性质 …… 128

限时集训（十六） 微专题 16 圆锥曲线的热点问题（一）斜率、长度、面积问题 …… 130

限时集训（十七） 微专题 17 圆锥曲线的热点问题（二）最值范围、共点、共线问题 …… 133

限时集训（十八） 微专题 18 圆锥曲线的热点问题（三）定点、定值问题 …… 135

限时集训（十九） 微专题 19 计数原理 …… 137

限时集训（二十） 微专题 20 随机变量及其分布 …… 139

提能特训（四） 统计概率推断、预测问题 …… 142

■ 参考答案（另附分册） /202

基础过关

1. [2026·北京人大附中测试] 下列函数中，既是奇函数又在区间$(-\infty,0)$上单调递增的是 （ ）

A. $f(x)=2^x$　　B. $f(x)=\ln|x|$

C. $f(x)=\tan x$　　D. $f(x)=x-\dfrac{2}{x}$

2. [2026·西城二模] 已知函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，设$g(x)=f(-x)-f(x)$，则函数$g(x)$是 （ ）

A. 奇函数，且在$\mathbf{R}$上单调递增　　B. 偶函数，且在$\mathbf{R}$上单调递增

C. 奇函数，且在$\mathbf{R}$上单调递减　　D. 偶函数，且在$\mathbf{R}$上单调递减

3. [2026·丰台一模] 已知$a=2^{0.1}$，$b=\cos 2$，$c=\lg 2$，则a，b，c的大小关系是 （ ）

A. $b<a<c$　　B. $b<c<a$

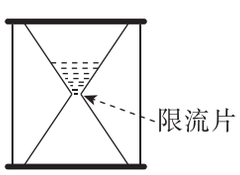
C. $a<b<c$　　D. $c<b<a$

4. [2026·海淀一模] 若函数$f(x)=\ln\dfrac{x+a}{x+1}$是奇函数，则$a=$ （ ）

A. -1　　B. $-\dfrac{1}{2}$

C. 0　　D. 1

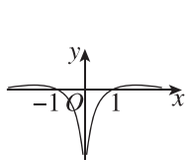
5. [2026·西城一模] 如图所示的沙漏是由上下两个相同的圆锥形容器组成的，其内部细沙的总体积为V_0. 假设上方容器内细沙的堆积体一直近似为一个倒置的圆锥，初始时细沙都在上方容器内，且此时沙堆的高度为h，在重力和限流片的作用下细沙徐徐流入下方容器，经过$t(t\leqslant 30)$分钟上方容器内剩余沙堆的体积$V=V_0e^{-kt}$(k为常数). 已知初始时细沙都在上方容器内，经过10分钟上方容器内沙堆的高度降为$\dfrac{1}{2}h$，此时将沙漏上下颠倒，若使得倒置后的上方容器内沙堆的高度再次降为$\dfrac{1}{2}h$，则需再经过的时间约为(参考数据：$\ln 2\approx 0.69$，$\ln 3\approx 1.10$，$\ln 7\approx 1.95$) （ ）



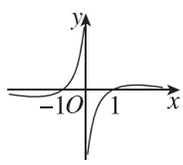
A. 8.0分钟　　B. 8.6分钟

C. 9.4分钟　　D. 10.6分钟

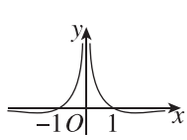
6. [2026·北京理工附中测试] 函数$f(x)=\dfrac{\ln x^2}{e^x+e^{-x}}$的大致图象是 （ ）



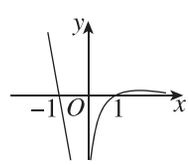
A



B



C



D

7. 已知$|\ln 20-\ln k|<\ln 3$,$k\in\mathbf{N}^*$,则符合条件的k的个数为 (　　)

A. 51　　B. 52

C. 53　　D. 54

8. [2025·朝阳二模] 函数$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}+\log_3 x$的定义域为_____.

9. [2025·通州一模] 设$a>0$,函数$f(x)=\begin{cases}x^2-a,0\leqslant x<a,\\ \sqrt{x^2-a^2},x\geqslant a.\end{cases}$若$y=f(x)$为单调函数,则$a$的一个取值为_____;若$g(x)=f(x)-x+a$有三个零点,则实数$a$的取值范围是_____.

10. [2024·东城二模] 设函数$f(x)=\begin{cases}1,|x|<1,\\ x^2,|x|\geqslant 1,\end{cases}$则$f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$_____,不等式$f(x)<f(2x)$的解集是_____.

能力提升

11. [2026·东城二模] 已知非零实数x,y满足$2^x=3^y$,则下列各式中为定值的是 (　　)

A. $x-y$　　B. $3x-2y$

C. $\dfrac{x}{y}$　　D. $\dfrac{x^3}{y^2}$

12. 设函数$f(x)$的定义域为D,对于函数$f(x)$图象上一点(x_0,y_0),若集合$\{k\in\mathbf{R}|k(x-x_0)+y_0\leqslant f(x),\forall x\in D\}$只有1个元素,则称函数$f(x)$具有性质$P_{x_0}$.下列函数中具有性质$P_1$的是 (　　)

A. $f(x)=|x-1|$　　B. $f(x)=\lg x$

C. $f(x)=x^3$　　D. $f(x)=-\sin\dfrac{\pi}{2}x$

13. [2026·海淀一模] 将函数$f(x)=2^x+a|x|(a\neq 0)$的图象向左平移1个单位长度,再向上平移2个单位长度,所得图象位于$f(x)$图象的上方,则a的一个取值为_____,a的最大值为_____.

14. [2026·北京卷] 已知$f(x)=|x^2-\cos x-c^2|$,给出下列四个结论:

①$f(x)$在$(-1,1]$上有最小值和最大值;

②当$c=0$时,$f(x)=1$有3个解;

③当$c=1$,$x\in(-1,2]$时,$f(x)$有最大值;

④当$c>0$时,$f(x)$的图象与直线$y=c$有4个交点.

其中正确结论的序号是_____.

提能特训（一） 几类常考函数的综合问题

时间 45分钟

基础过关

1. [2026·北京人大附中测试] 为了得到 $y=\log_9(x-3)$ 的图象，只需把 $y=\log_3 x$ 图象上所有点 （ ）

A. 纵坐标变成原来的 2 倍，再向右平移 3 个单位长度

B. 纵坐标变成原来的 2 倍，再向左平移 3 个单位长度

C. 纵坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$，再向右平移 3 个单位长度

D. 纵坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$，再向左平移 3 个单位长度

2. [2026·北京理工附中测试] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-1,x<0,\\1,x\geqslant 0,\end{cases}$ 则不等式 $xf(x-1)\leqslant 1$ 的解集为 （ ）

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $[1,2]$　　D. $[-1,1]$

3. 已知 $f(x)$ 为偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，若 $f(\lg x)>f(1)$，则 x 的取值范围是 （ ）

A. $\left(\frac{1}{10},10\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{10}\right)\cup(10,+\infty)$

C. $\left(\frac{1}{10},1\right)$　　D. $(0,1)\cup(10,+\infty)$

4. [2026·西城一模] 设关于 x 的不等式 $x^2<|x|+2^m$ 的解集为 P，若 $P\subseteq(-2,4)$，则实数 m 的取值范围是 （ ）

A. $[1,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $[2,+\infty)$　　D. $(-\infty,2]$

5. [2026·北京一零一中测试] 设函数 $f(x)=4\ln x-x(x>0)$，则 $f(x)$ （ ）

A. 在区间 $\left(\frac{1}{e},1\right)$，$(1,e)$ 内均有零点

B. 在区间 $\left(\frac{1}{e},1\right)$ 内有零点，在区间 $(1,e)$ 内无零点

C. 在区间 $\left(\frac{1}{e},1\right)$ 内无零点，在区间 $(1,e)$ 内有零点

D. 在区间 $\left(\frac{1}{e},1\right)$，$(1,e)$ 内均无零点

6. [2025·丰台一模] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+1},x>0,\\x+a,x\leqslant 0.\end{cases}$ 则当 $a=0$ 时，$f(0)=$_____；若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是_____.

7. [2026·北京第十二中学测试] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x+a,x\geqslant 0,\\ ax,x<0,\end{cases}$ 若 $a=-2$,则 $f(x)>0$ 的解集为_____;若 $\forall x\in\mathbf{R}$,$f(x)>0$,则实数 a 的取值范围是_____.

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2ax,x<1,\\ \dfrac{a\ln x}{x},x\geqslant 1.\end{cases}$ 给出下列四个结论:

①存在实数 a,使得函数 $f(x)$ 的最小值为 0;

②存在实数 $a<0$,使得函数 $f(x)$ 的最小值为 -1;

③存在实数 a,使得函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点;

④存在实数 a,使得函数 $f(x)$ 恰有 4 个零点.

其中所有正确结论的序号是_____.

能力提升

9. [2026·朝阳二模] 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}-k,x<0,\\ \ln x+1-k,x>0,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=kx-1$ 恰有两个不同的实数根,则满足条件的实数 k 的取值个数为 (　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

10. 已知 $f(x)=\begin{cases}(1-2a)x+5a,x<1,\\ \log_7 x,x\geqslant 1\end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$,那么实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $\left[-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)$

C. $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{2}\right)$

11. [2026·东城一模] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,+\infty)$,且 $f(x+2)=f(x)$. 当 $x\in[0,2)$ 时,$f(x)=\begin{cases}x,0\leqslant x\leqslant 1,\\ 2-x,1<x<2,\end{cases}$ 设 k 为大于 1 的正整数,给出下列四个结论:

①存在 $x_0\in(0,1)$,使得 $f(2x_0)=x_0$ 且 $f(3x_0)=x_0$;

②方程 $f(kx)=x$ 的解的个数为 k;

③若 $\dfrac{4}{5}$ 为方程 $f(kx)=x$ 的解,则 k 的最小值为 4;

④对任意有理数 $x_0\in(0,1)$,存在 k,使得 $f(kx_0)=x_0$.

其中正确结论的序号是_____.

基础过关

1. [2026·北京清华附中测试] 已知函数 $f(x)=(1-ax)e^x-a(1-x)$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>0$ 的解集；

(3)若不等式 $f(x)>0$ 无整数解，求实数 a 的取值范围.

2. [2026·北京三十五中测试] 已知函数 $f(x)=a^2x^2+2ax-4\ln x(a\neq 0)$.

(1)若 $a=1$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)求函数 $f(x)$ 的单调区间.

能力提升

3. [2026·北京人大附中测试] 已知函数 $f(x)=\dfrac{\log_2 x}{x-3}$.

(1)设曲线 $y=f(x)$ 在 $x=4$ 处的切线为 l,求 l 与直线 $x=5$ 的交点坐标;

(2)求函数 $y=|f(x)|$ 的单调区间;

(3)求不等式 $|f(x)|\geqslant x-2$ 的解集.

4. [2025·西城一模] 已知函数 $f(x)=(x+a)\mathrm{e}^{ax}$,其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线的斜率为 2,求 a 的值;

(2)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3)设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,2]$ 上的最大值和最小值分别为 $M(a)$,$N(a)$,求使得不等式 $M(a)\cdot N(a)\geqslant(2a-1)\mathrm{e}^{a}+\mathrm{e}^{2}$ 恒成立的 a 的最小值.

基础教育行业专研品牌 全品 SINCE 1992 30+年专注教育行业

基础过关

1. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{e^x}-mx-1$.

(1)当 $m=0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)当 $m=-2$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(3)若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在零点，求实数 m 的取值范围.

2. [2026·朝阳一模] 已知函数 $f(x)=x-x\ln x-k$，$g(x)=xe^{1-x}-k$，其中 $k\in\mathbf{R}$.

(1)求 $f(x)$ 的最大值；

(2)若 $g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上有且只有一个零点 m，证明：$f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上有且只有一个零点 n，且 $ne^{m-1}=1$；

(3)对于(2)中的 n，证明：$g(n)>0$.

能力提升

3. 已知函数 $f(x)=(x-2)e^x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程.

(2)设函数 $g(x)=f(x)-2ax^2+4ax(a>0)$.

(i)若 $g(x)$在 $x=1$ 处取得极大值,求 $g(x)$的单调区间;

(ii)若 $g(x)$恰有三个零点,求 a 的取值范围.

4. [2026·昌平一模] 已知函数 $f(x)=(x+1)e^x-a$.

(1)当 $a=0$ 时,若曲线 $y=f(x)$在点 P 处的切线与 x 轴平行,求点 P 的坐标;

(2)求证:对任意的 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$,且 $x_1<x_2$,都有$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>\dfrac{1}{e}$;

(3)当 $a>e^3$ 时,求证:$f(x)$有且只有一个零点 x_0,且 $x_0<-1+\ln a$.

提能特训（二） 隐零点问题

时间 30分钟

基础过关

1. [2026·东城一模] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，$f(1)=1$，函数 $g(x)=x\ln(2x-1)$，对任意的 $t\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $A(t,f(t))$ 处的切线方程为 $y-f(t)=g(t)(x-t)$.

(1)求 $f(x)$ 的最小值；

(2)判断 $g(x)$ 的单调性；

(3)已知 $f(3)<3\ln 5+1$，求过点 $(2,1)$ 且与曲线 $y=f(x)$ 相切的直线的条数.

能力提升

2. 已知函数 $f(x)=a\ln\sqrt{x}-\sin x$，曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2},f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 处的切线的斜率为 $\frac{1}{\pi}$.

(1)求 a 的值；

(2)求 $f(x)$ 在 $(0,2\pi]$ 上的零点个数；

(3)证明：$f'(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上存在两个零点 x_1,x_2，且 $|x_2-x_1|>\frac{1}{4}$.

基础过关

1. [2024·东城二模] 已知函数 $f(x)=e^x\sin x-2x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(2)求 $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值；

(3)若 $f(x)+x>ae^x$ 恒成立，写出 a 的最大整数值，并说明理由.

2. [2025·朝阳一模] 已知函数 $f(x)=\dfrac{a\ln x+1}{e^{x-1}}(a\geqslant 0)$.

(1)若 $a=0$，求函数 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上的最大值；

(2)若 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上存在单调递减区间，求实数 a 的取值范围；

(3)若 $f(x)$ 存在极值点 x_0，且 $f(x_0)=1$，求 a 的值.

能力提升

3. 已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=x^2-x+1$，$h(x)=f(x)-g(x)$.

(1)求函数 $h(x)$ 的极值；

(2)若 $2a\mathrm{e}^{2x}+\ln a\geqslant f(x)$ 恒成立，求实数 a 的最小值.

4. [2025·石景山一模] 已知函数 $f(x)=a\ln(x+1)+\cos x(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $a=1$.

(i)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

(ii)证明：函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,0)$ 上有且只有一个零点.

(2)若 $f(x)\leqslant 2\mathrm{e}^x-1$ 对 $x\in[0,\pi]$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.